DAVID IMBERT
UMR 6251
INSTITUT DE PHYSIQUE DE RENNES
david.imbert@univ-rennes1.fr

MODÉLISATION DES PROPRIÉTÉS ACOUSTIQUES DES MILIEUX GRANULAIRES IMMERGÉS

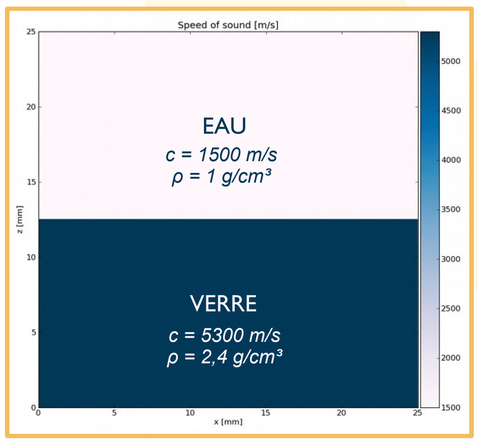
Problématique

Quels sont les processus physiques mis en jeu lors de la propagation d'une onde acoustique dans un milieu granulaire immergé ?
Comment prendre en compte dans la simulation l'effet des contacts entre les grains quand le milieu est soumis à de la compaction ?
Répondre à ces questions permettrait de mettre au point une nouvelle méthode de caractérisation d'empilements granulaires.
Une des perspectives d'application concerne l'imagerie acoustique des fonds marins et des fonds de rivière, où la sédimentation conduit à la formation d'empilements granulaires immergés.

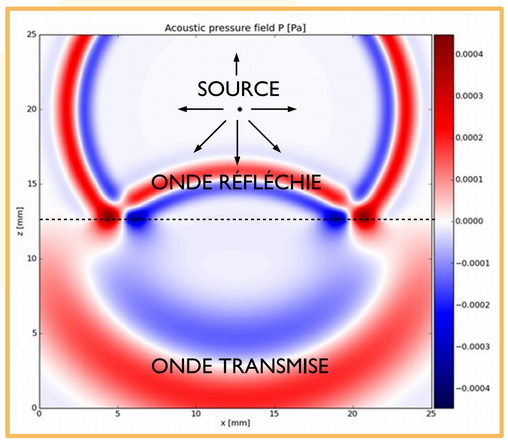
Milieu continu

Une plaque de verre immergée dans de l'eau et une source ultrasonore à 500 kHz (2D)

Vitesse du son dans le milieu



Champ de pression acoustique à t = 9 µs



Deux milieux homogènes séparés par une interface simple

Phénomène entièrement décrit avec l'équation des ondes

$$\begin{cases} \dfrac{1}{\rho\, c^2}\dfrac{\partial P}{\partial t} + \vec{\nabla}.\vec{V} = S(t)\,\delta(\|\vec{x}-\vec{s}\|) \quad (1) \\ \rho\dfrac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \vec{\nabla}\,P = \vec{0} \quad (2) \end{cases}$$

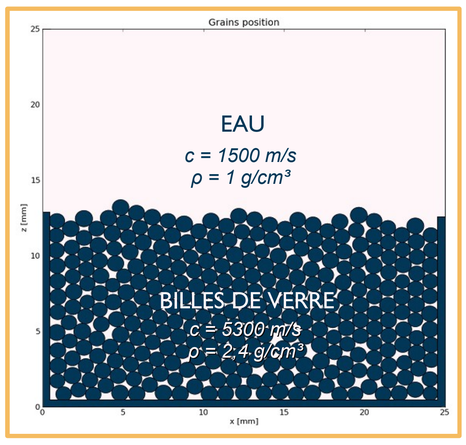
P : champ de pression
V : champ de vitesse
ρ : masse volumique
c : vitesse du son
S : terme source (position s)

→ Résolution de l'équation possible avec un simple algorithme aux différences finies [1]

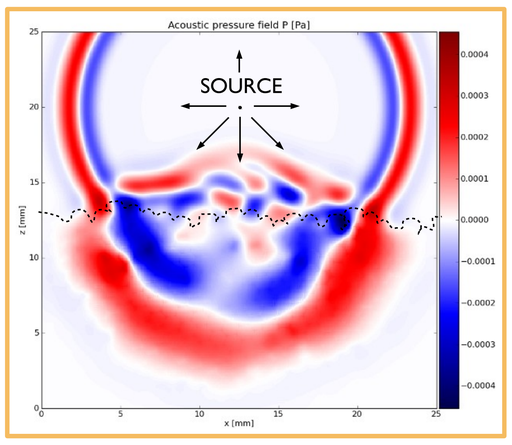
Milieu discret

Un empilement de *Nk* billes de verre immergées de diamètre Ø ≈ 1 mm et une source ultrasonore à 500 kHz (2D)

Vitesse du son dans le milieu



Champ de pression acoustique à t = 9 µs



Un milieu homogène et un milieu discret
Une interface macroscopique irrégulière (surface du tas)
+ une multitude d'interfaces microscopiques (pore-billes)

Description du phénomène par :
- 1 équation des ondes acoustiques (ci-contre)
- *Nk* fois le Principe Fondamental de la Dynamique (1/bille)

$$m_k\,\vec{a}_k = \vec{F}_{ext_k} \quad (3)$$

m_k : masse de la bille k
$\vec{a}_k$: accélération de la bille k
$\vec{F}_{ext_k}$: forces extérieures exercées sur la bille k

$$\text{où } \vec{F}_{ext_k} = m_k\,\vec{g} - \rho_{\text{eau}}\,V_k\,\vec{g} + \sum_{i=1}^{N_i}\left(\vec{F}_{n_{k,i}} + \vec{F}_{t_{k,i}}\right) \quad (4)$$

Ni : nombre de billes en contact avec la bille k (pour le calcul des forces d'interaction)
Fn : réaction normale de la bille k sur la bille i (ressort, Hertz, amortissement, etc...)
Ft : réaction tangentielle de la bille k sur la bille i (ressort, Coulomb, etc...)
Vk : volume de la bille k

→ Résolution des PFD et calcul des forces d'interaction avec un algorithme de Dynamique Moléculaire (MD) [2]
→ Différences finies telles quelles inadaptée à la forme et au nombre d'interfaces : quelle autre méthode ?

Couplage continu/discret

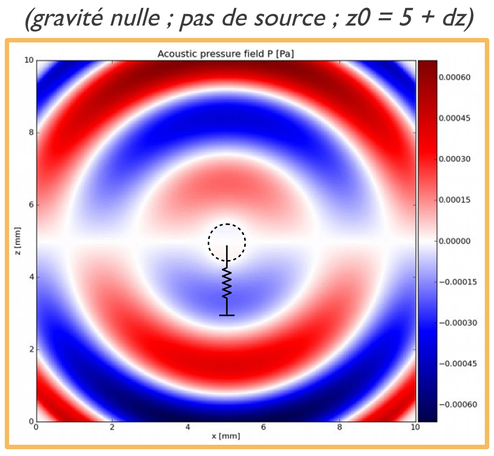
Quid des forces ? Avec ces équations, l'onde est uniquement sensible à la distribution spatiale des masses.
Pourtant, le déplacement d'une bille provoque un mouvement du fluide, et donc une onde se propage.
De même, la bille subit une force liée au passage de l'onde.

Une solution envisagée est d'intégrer directement les forces dans l'équation des ondes. L'algorithme MD ne fait plus que calculer les forces (4). Pour cela, on remplace le second membre de (2) par :

$$\sum_{k=1}^{N_k}\left[\frac{\vec{F}_{ext_k}}{V_k}\,\Pi\left(\frac{\|\vec{x}-\vec{x}_k\|}{2\,r_k}\right)\right]$$

Ainsi, (3) est intégré dans (2).
Le champ de vitesse dans la bille est ensuite intégré pour retrouver le déplacement de la bille.

Bille fixée en z=5 mm à un ressort selon z (gravité nulle ; pas de source ; z0 = 5 + dz)



Perspectives

- Approfondir la méthode de couplage testée avec une bille pour savoir si elle est pertinente avec un empilement granulaire.
- Choisir une technique plus robuste pour propager l'onde afin de résoudre le problème de chute de précision aux interfaces
- Paralléliser le code sur GPU avec OpenCL pour le tester à plus grande échelle
- Réaliser des mesures acoustiques expérimentales sur des milieux granulaires contrôlés immergés pour valider le modèle

Références

[1] P. Lax and B. Wendroff. Systems of conservation laws. *Communications on Pure and Applied Mathematics*, vol. 13, issue 2, p. 217-237 (1960)
[2] T. Pöschel and T. Schwager. Molecular Dynamics. In Springer editor, *Computational Granular Dynamics - Models and Algorithms* (2005)